23 de junio de 2022. Primer recuperatorio de Análisis Matemático III. Cursos 5.

Para aprobar, se requiere resolver correcta y justificadamente (4 +ϵ) ítems.

3-

1. Sea la función $f(z) = \dfrac{1 - cos(1/z)}{z}$. Hallar el desarrollo en Serie de Laurent válido en un entorno de $z = 0$. ¿Cuál es el dominio de convergencia? ¿Qué tipo de singularidad es $z = 0$ y cuánto vale el residuo en ese punto?

M

2. Dadas las series $S_1(z) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z-i)^n$, cuyo radio de convergencia es $R_1 = 1{,}5$ y $S_2(z) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} b_n(z+i)^n$, con radio de convergencia $R_2 = \sqrt{2}$, hallar, donde sea posible, el valor de las siguientes series: $S_A = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_{2n+1}$, $S_B = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n - b_n$ y $S_C = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} b_{2n}$

B

3. Se tiene la función $L(z) = \dfrac{Re(z)}{2i} + \dfrac{5}{z^5+1}$ y $I_k = \displaystyle\int_{\Gamma_k} L(z)dz$, donde Γ_1 es la circunferencia de radio $R = \dfrac{1}{2}$ y centro en $z_0 = 0$ y Γ_2 es el cuadrado de vértices en $\{0, 1, i, 1+i\}$. Hallar el valor de $I_1 - I_2$

M

4. Dada la función $g(z) = \dfrac{z^2-1}{z^2(e^{i2\pi z}-1)}$. Clasificar todas las singularidades de $g(z)$ en el plano complejo $\mathbb{C}$. Clasificar la singularidad en el ∞, calcular el residuo en $z = 2$ e indicar claramente cómo se calcula el residuo en $z = 0$.

/

5. Sea f una función entera que cumple con: $max\,\{|f'(z)|, z \in \mathbb{C}\} = 5$, $f(1) = 4i$ y $f(-1) = 6 - 4i$. Calcular $\displaystyle\oint_{|z|=15} \frac{f(z)}{z^n}dz, n = 1, 2, 3.$

B

6. Hallar todos los $z \in \mathbb{C}$ que cumplen con: $|z| - z = 3 + 3i$.

R=

7. Analizar la convergencia de la integral: $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^2}$ y calcularla.

B-

8. Hallar una transformación conforme T tal que $\mathbb{E} = T(\mathbb{D})$, siendo $\mathbb{D} : \{z \in \mathbb{C}/Re(z) + Im(z) > 3\}$ y $\mathbb{E} : \{z \in \mathbb{C}/|z| < 2\}$